Solución segundo parcial de Algebra Lineal del segundo período del 2007 de la PUJ

por FELIPE PINZON FLOREZ

Encuentre la ecuación del plano π que contiene a las rectas, con ecuaciones paramétricas dadas:

$$L_1\colon \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 3 - t \end{cases} \qquad \text{y} \qquad L_2\colon \begin{cases} x = 1 + s \\ y = -2 + s \\ z = 4 - 2s \end{cases}$$

Dan:

- La ecuación paramétrica de dos rectas
- Nos dicen que las dos rectas se intersectan (implícitamente)

Piden:

Encontrar la ecuación de un plano en el cual están dichas rectas

Plan:

- Tomar dos puntos arbitrariamente que estén en las rectas
- Formar dos vectores con los puntos
- Realizar el producto cruz con esos dos vectores para obtener la normal del plano
- Realizar el producto punto entre la normal y $\overrightarrow{P_0 P}$

Ejecución:

$t = 0$ $\quad L_1$: $P_0(-1, 1, 3)$ $\quad L_2$: $P_0(1, -2, 4)$

$t = 1$ $\quad L_1$: $P_1(1, 0, 2)$ $\quad L_2$: $P_1(2, -1, 2)$

$\vec{u}\colon [2, -1, -1]$ $\quad \vec{v}\colon [1, 1, -2]$

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = i(3) - j(-3) + k(3)$$

$\vec{n}\,[3, 3, 3]$

$$\begin{aligned} \vec{n} \cdot \overrightarrow{P_0 P} &= 3(x - (-1)) + 3(y - 1) + 3(z - 3) = 0 \\ &= 3x + 3 + 3y - 3 + 3z - 9 = 0 \\ &= 3x + 3y + 3z = 9 \\ &= x + y + z = 3 \end{aligned}$$